

ALEKSANDRA MIELEWCZYK, MAŁGORZATA GUT

*Instytut Psychologii
Wydział Filozofii i Nauk Społecznych
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
Gagarina 11, 87-100 Toruń
E-mail: aleksandra.mielewczyk1@gmail.com*

CZY RODZIMY SIĘ MATEMATYKAMI? – O BIOLOGICZNYCH PODSTAWACH ZDOLNOŚCI MATEMATYCZNYCH

UMIĘJĘTNOŚCI MATEMATYCZNE I ICH NEURONALNE PODŁOŻE

Umiejętności matematyczne to szeroko rozumiane predyspozycje do wykonywania różnych zadań wymagających przetwarzania liczb, takich jak szacowanie, zadania tekstowe, przekodowywanie formatu (np. odczytywanie liczb zapisanych za pomocą słów, cyfr arabskich lub rysunków) (patrz SOBAŃSKA i ŁOJEK 2011). Zdolność operowania liczbami ma swoje neurobiologiczne podłoże, zaś zaburzenie mózgowych mechanizmów warunkujących ten proces skutkuje deficytami w zakresie umiejętności matematycznych, takimi jak akalkulia lub dyskalkulia (patrz BUTTERWORTH i współaut. 2011).

Neuronalnymi ośrodkami podstawowych zdolności matematycznych są przede wszystkim płaty ciemieniowe obu półkul mózgu (HUBBARD i współaut. 2005, NIEDER i DEHAENE 2009). Badania z użyciem neuroobrazowania wykazały, że obszar tzw. bruzdy śródciemieniowej jest stale aktywny podczas prostego porównywania liczb, dodawania, odejmowania i innych operacji numerycznych (PIAZZA i współaut. 2007, CAO i współaut. 2010). Aktywacja tego regionu jest również obserwowana podczas wykrywania liczby wśród liter (EGER i współaut. 2003). Skomplikowane procesy obliczeniowe angażują natomiast pamięć operacyjną (roboczą) zlokalizowaną w płatach czołowych. Jest ona bardzo istotna przy obliczaniu wyników działań na liczbach wielocyfrowych, w przypadku których konieczne jest przechowywa-

nie w pamięci wyników operacji pośrednich (NIEDER i DEHAENE 2009).

DEHAENE i współaut. (2003) postulują istnienie trzech sieci ciemieniowych zlokalizowanych w okolicach bruzdy śródciemieniowej (dane regiony częściowo się na siebie nakładają), istotnych w przetwarzaniu materiału numerycznego. Neuronalny proces przetwarzania liczebności zbiorów zachodzi w poziomym odcinku bruzdy śródciemieniowej, natomiast podstawa umysłowej reprezentacji przestrzennej osi liczbowej (zob. dalej) znajduje się w tylnej części płacika ciemieniowego górnego. Powyższe procesy zachodzą w obu półkulach mózgu. Proces zautomatyzowanego wydobywania faktów i inne umiejętności matematyczne zależne od języka osadzone są natomiast w zakręcie kątowym lewej półkuli mózgu (DELAZER i współaut. 2003). Fakty arytmetyczne, to zmagazynowane w pamięci długotrwałej reprezentacje działań matematycznych z ich wynikami, czyli wiedza o wynikach. Wspomniana wyżej automatyzacja polega na tym, że wyuczone obliczenia zachodzą bez udziału świadomego obliczania wyniku działania (z pamięci wydobywane jest gotowe rozwiązanie). Z badań wiadomo także, że wzorzec aktywacji mózgu związany z przetwarzaniem liczb zmienia się w trakcie rozwoju i jest predyktorem (pozwala przewidzieć) poziomu umiejętności arytmetycznych u dziecka (BUGDEN i współaut. 2012).

Jakie są rezultaty nieprawidłowości rozwojowych w obrębie wspomnianych obszarów, kluczowych dla przetwarzania liczb?

Jednym z częstych rezultatów zaburzonego rozwoju kory ciemieniowej są właśnie problemy z nauką matematyki, definiowane w tym przypadku jako dyskalkulia (BUTTERWORTH i współaut. 2011). Nie chodzi tu jednak o problemy z zaawansowaną matematyką, bo objawy dyskalkulii to m.in. błędy w przeliczaniu, porównywaniu liczb (większe-mniejsze), wykonywaniu procedur arytmetycznych, nazywaniu liczb i stosowanie niedojrzałych (a przez to mniej skutecznych) strategii przy wykonywaniu zadań (GEARY i współaut. 2004, LANDERL i współaut. 2004, BUTTERWORTH i współaut. 2011). U osób takich nie rozwijają się poprawnie umysłowe reprezentacje liczb, które mają swoje podłoże w korze ciemieniowej. Badania z użyciem neuroobrazowania wykazały u osób z dyskalkulią atypową głębokość bruzdy śródciemieniowej i redukcję aktywacji sieci ciemieniowo-czołowej podczas przetwarzania materiału numerycznego (MOLKO i współaut. 2003, KUCIAN i współaut. 2006, MUSSOLIN i współaut. 2009). Zaobserwowano też u takich osób mniejszą gęstość substancji szarej w tym obszarze oraz nieprawidłową koordynację aktywacji w połączeniach funkcjonalnych między korą ciemieniową i regionem skroniowo-potylicznym (np. RYKHLEVSKAIA i współaut. 2009).

ZALEŻNOŚCI MIĘDZY LICZBAMI I PRZESTRZENIĄ

Funkcje płata ciemieniowego nie ograniczają się jednak wyłącznie do przetwarzania liczb i wykonywania obliczeń.

Już Galton (1880, za: YU i współaut. 2015) zauważył, że numeryczne i przestrzenne reprezentacje umysłowe są ze sobą ściśle powiązane. Stwierdził, że niektórzy ludzie mają umiejętność mentalnego „widzenia” liczb oraz wykonywania operacji na tych liczbach w wyobraźni w taki sam sposób, w jaki dokonuje się operacji matematycznych za pomocą długopisu i kartki na osi liczbowej. Oznacza to, że liczby mogą mieć właściwości przestrzenne (YU i współaut. 2015). Ta niewerbalna (analogowa) reprezentacja liczb, która leży u podłoża wykonywania przybliżonych obliczeń, tworzy tak zwaną „umysłową oś liczbową” (ang. mental number line, MNL), na której liczby uporządkowane są od lewej do prawej (DEHAENE i współaut. 1990), choć czynniki kulturowe mają duży wpływ na kierunek tego uporządkowania (Dehaene 2011, za: CIPORA 2013). Według DEHAENE’A (1997) ta biologicznie zdeterminowana, niewerbalna, wypracowana na drodze ewolucji, specyficzna reprezentacja liczb, leży u podstaw elementarnych operacji arytmetycznych. Koduje ona semantyczną wiedzę o wartości liczbowej, taką jak ich wzajemna bliskość

i relacja (większe-mniejsze). Umożliwia ona szacowanie wyników działań arytmetycznych, ale pozwala też na natychmiastowe określenie liczebności.

Wrodzone zdolności matematyczne są nazywane „poczuciem liczby” lub zmysłem numerycznym (ang. number sense). Reprezentacja ta jest abstrakcyjna, co oznacza w tym przypadku, że te podstawowe umiejętności matematyczne nie zależą od fizycznych cech bodźców (patrz SOBĄSKA i ŁOJEK 2011), a neuronalnym ośrodkiem analogowej reprezentacji wielkości jest wspomniana już bruzda śródciemieniowa znajdująca się w płacie ciemieniowym (DEHAENE i COHEN 1995).

Tezę istnienia MNL popierają wyniki badań opisujących pewne efekty dotyczące zależności numeryczno-przestrzennych. Jednym z nich jest efekt SNARC (ang. spatial numerical association of response codes) (DEHAENE i współaut. 1993). Na liczby o wyższej wartości liczbowej odpowiedzi udzielane są szybciej, gdy podczas ich porównywania lub określania ich właściwości wymagana jest reakcja po prawej stronie (np. prawą ręką) niż wtedy, gdy odpowiedź udzielana jest po lewej, natomiast na liczby o niskiej wartości wtedy, gdy odpowiedź jest udzielana za pomocą reakcji po lewej stronie niż po prawej. Zaobserwowano, że uporządkowanie reprezentacji liczb od lewej do prawej dotyczy również innych uporządkowanych w kolejności zbiorów, np. liter czy nazw miesięcy, aczkolwiek tylko wtedy, gdy zwróci się badanemu uwagę na ten przestrzenny układ. FIAS i FISCHER (2005) uważają, że stosowanie przestrzennych skojarzeń do operacji na liczbach jest strategią wykorzystywania własnych umiejętności i wiedzy. Z tego powodu skojarzenia mogą się różnić, w zależności od np. kierunku pisma w danej kulturze (Dehaene 2011, za: CIPORA 2013).

KOMPETENCJE NUMERYCZNE ZWIERZĄT

Liczne badania sugerują posiadanie zmysłu numerycznego także przez zwierzęta, co dowodzi, że umiejętności te są w dużym stopniu uwarunkowane biologicznie i że ewoluowały w odległej przeszłości (TROJAN 2013). Zdolności matematyczne niewątpliwie znacznie ułatwiają życie wielu gatunkom żyjącym w różnych środowiskach, dlatego dobór naturalny „wyposażył” umysły zwierząt w taką umiejętność (BROŻEK i HOHOL 2014), choćby po to, aby móc określać liczebność stada (sprzymierzeńców lub przeciwników), wielkość zasobów pokarmowych oraz szacować odległość i wysokość. Przejawy takich zdolności jak szacowanie, porównywanie liczebności czy przeliczanie stwierdzono u

licznych gatunków zarówno bezkręgowców i kręgowców. Umiejętności te można zaobserwować w naturze i w kontrolowanych warunkach eksperymentalnych, gdy zwierzęta w procesie warunkowania uczą się wykonywać różnego rodzaju zadania. Już w latach 70. zaobserwowano, że szczury potrafią zliczać bodźce (SELIGMAN i MEYER 1970), a następnie, że po nabyciu tej umiejętności następuje transfer, dzięki któremu zwierzęta poprawnie odliczają także bodźce innej modalności, np. słuchowe, po tym kiedy nauczą się przeliczać bodźce wzrokowe (MECK i CHURCH 1983).

Przejawy wielu zdolności matematycznych zarejestrowano w licznych badaniach z udziałem naczelnych. Na przykład RUMBAUGH i współaut. (1987) udowodnili, że szympansy, porównując liczebności dwóch zbiorów podzielonych dodatkowo na dwa podzbiory (np. 3 i 4 kawałki czekolady vs 5 i 1 kawałek), potrafią łączyć liczbę obiektów z obu podzbiorów, aby wskazać liczniejszy zbiór (będący sumą 2 podzbiorów), co sugerowało, że potrafią wykonywać proste operacje dodawania. Gdy naukowcy prezentowali małpom trzy kawałki czekolady, a następnie dokładali cztery, zwierzęta rozpoznawały, że mają ich przed sobą więcej niż w zestawie 5 + 1 kawałków. Zwierzęta rozpoznawały więc, że sześć jest mniejsze niż siedem. W ich badaniach wykazano więc, że szympansy potrafią wybierać większy zbiór, by otrzymać nagrodę, nawet gdy był on podzielony na dwa podzbiory. Szympansy jednak nie liczyły do sześciu czy siedmiu, ale raczej liczebności obu zbiorów porównywały wizualnie, w oparciu o szacowanie, by zauważyć, że jedna z tych liczb jest większa od drugiej. Dowodzi tego dodatkowo fakt, że przy porównywaniu zbiorów znacznie różniących się liczebnością szympansy popełniały mniej błędów niż w zadaniach, gdy liczebności różniły się nieznacznie (RUMBAUGH i współaut. 1987), ponieważ bazując jedynie na szacowaniu „na oko”, który ze zbiorów jest liczniejszy: 8- czy 9-elementowy, łatwiej popełnić błąd, niż wtedy, gdy różnica jest bardziej ewidentna: np. między zbiorem 4 i 9 elementów. Wtedy bowiem od razu widać, który jest liczniejszy. Szympansy badane przez BOYSEN (1993) potrafiły z kolei dodatkowo dopasowywać liczbę obiektów w zbiorze do cyfr arabskich, a nawet dodawać je (sumy liczebności zbiorów) do siebie, podobnie jak zwierzęta uczestniczące w powyżej opisanych badaniach, i kojarzyć z odpowiednim symbolem reprezentującym liczbę.

Zdolności matematyczne można również zaobserwować np. u ptaków. Już kilkadziesiąt lat temu (KOEHLER 1956) wykazano, że kruki potrafią dopasowywać liczbę kropek

na kartce do liczby kropek na pokrywce pojemnika z nagrodą, mimo manipulacji wielkością i rozmieszczeniem kropek. Dowiedziano też, że gołębie szybko uczą się, którą z dwóch reakcji wykonać po prezentacji mniej licznej, a którą po prezentacji bardziej liczniejszego zbioru obiektów (EMMERTON i współaut. 1997). Wiele gatunków ptaków zdaje się w jakiś sposób przeliczać, ile jaj znajduje się w ich gniazdach, aby zakończyć proces lęgowy (LUON 2003). Spektakularnych wyników dostarczyły eksperymenty z pisklętami. RUGANI i współpracownicy (2015) udowodnili nie tylko, że kilkudniowe kurczęta potrafią wybrać większy zbiór prezentowanych punktów, ale również to, że ich umysłowe reprezentacje liczb są zorganizowane od lewej do prawej – tak jak u ludzi. Badacze nauczyli pisklęta, że za panelem, na którym umieszczone było dwadzieścia kropek, znajdowało się jedzenie. Następnie stawiali dwa panele zawierające po osiem kropek i w tym przypadku ptaki wybierały lewy panel, zaś aby zdobyć jedzenie, gdy oba zawierały po trzydzieści dwie kropki, kurczaki wybierały prawy panel. Wyniki sugerują, że pisklęta utożsamiały lewą stronę z małymi liczbami, natomiast prawą stronę z dużymi. PEPPERBERG i GORDON (2005) nauczyli papugę Alex określać liczebności. Jej zadaniem było podawanie (poprzez generowanie odpowiedzi wokalnej w wyuczonej reakcji na pytanie badacza) liczby obiektów określonej kategorii znajdujących się w większym zbiorze, na przykład – „ile jest czerwonych klocków?” lub „ile jest zielonych kubków?”. Co więcej, papuga potrafiła odpowiednio zareagować, gdy w zestawie nie było żadnego elementu o określonych własnościach (czyli zero).

Znane są wyniki badań sugerujące przejawy pewnych podstawowych zdolności numerycznych nawet u owadów, np. liczenia u pszczoł czy mrówek (CHITKA i GEINGER 1995, REZNIKOVA i RYABKO 2011), choć wydaje się, że osobniki wykonując zadanie, kierowały się raczej oceną odległości a nie zliczaniem punktów orientacyjnych.

UMIĘJĘTNOŚCI MATEMATYCZNE NIEMOWLĄT

PIAGET (1953) na podstawie przeprowadzonych przez siebie eksperymentów twierdził, że dzieci młodsze niż 10-miesięczne nie mają zmysłu numerycznego. Uważał również, że dzieci nie są gotowe do nauki matematyki, zanim nie skończą siedmiu lat. Jego prace miały duży wpływ na rozwój edukacji, ponieważ wnioski swoje opierał na psychologii eksperymentalnej. Nowsze badania udowodniły jednak, że wiele prac Piageta zawierało błędy i że nie doceniał on potencjału

dzieci. Niemowlęta są bowiem równie zdolne matematycznie, jak zwierzęta, a ich kompetencje bardzo szybko wzrastają podczas pierwszych pięciu lat życia (SOUSA 2008).

Zdolność do automatycznego, szybkiego i bezbłędnego określania niewielkich liczebności (do czterech obiektów) jest częścią zmysłu numerycznego (BROŻEK i HOHOL 2014). Naukowcy nazywają tę umiejętność subityzowaniem lub subitacją (łac. *subitius*, nagły). To wrodzone przetwarzanie wzrokowe pozwala niemowlęciu na natychmiastowe (bez przeliczania) określenie wielkości zbiorów nieprzekraczających czterech obiektów. Im więcej obiektów, tym proces ten staje się wolniejszy (ponieważ wymaga już przeliczenia ich liczby dostępnego dopiero starszym dzieciom i dorosłym), a następnie zaczyna działać system określania przybliżonych liczebności, który jest bardziej zawodny. Jeśli zadaniem badanego jest szybkie oszacowanie liczebności zamiast podania dokładnej liczby obiektów (co wymagałoby przeliczenia ich), prawdopodobieństwo, że badany – jedynie szacując – poda poprawną dokładną liczbę jest mniejsze. Dodatkowo, CLEMENTS (1999) wyróżnia dwa rodzaje subityzowania: percepcyjne (ang. *perceptual subitizing*) i konceptualne (ang. *conceptual subitizing*). Percepcyjne subityzowanie obejmuje rozpoznawanie liczebności zbioru bez użycia procesów matematycznych. Za pomocą konceptualnego subityzowania, możliwe jest wydzielenie obiektów posiadających tę samą cechę z większego zbioru. STARR i współaut. (2013) uważają, że subityzowanie służy jako podstawa do nauki liczenia i pozyskania symbolicznej wiedzy matematycznej.

Potwierdziły to także badania z udziałem niemowląt. STARKEY i COOPER (1980) przebadali grupę 72 dzieci, które miały za zadanie obserwować monitor, na którym były kolejno wyświetlane slajdy/plansze przedstawiające dwie czarne kropki. Na kolejnych slajdach kropki różniły się wielkością i wzajemną odległością, ale nie różniły się liczbą. Kiedy dzieci „przywykły” do widoku 2 kropek i bodziec ten „znudził im się” (w związku z czym nie poświęcały mu tyle uwagi, co na początku), mierzony przez badaczy czas fiksacji/skupienia wzroku na bodźcu skracał się. Kiedy jednak nagle, po serii 2-elementowych bodźców pojawiał się zbiór 3 kropek, czas fiksacji wyraźnie się wydłużał. Średni czas fiksacji wzroku dla dwóch kropek wynosił 1,9 sekundy, natomiast gdy na ekranie pojawiały się trzy kropki wzrastał on do 2,5 sekundy. Świadczy to o tym, że dzieci zauważały i przetwarzały poznawczo zmianę w liczbie wyświetlanych kropek.

Dowodem na takie różnicowanie były też inne badania sugerujące, że niemowlęta już

w wieku pięciu miesięcy rozumieją proste operacje arytmetyczne, takie jak dodawanie i odejmowanie. Zilustrował to przeprowadzony przez WYNN (1992) eksperyment, który polegał na tym, że dzieciom pokazywano zabawkę, po czym zakrywano ją parawanem, a następnie dokładnie kolejną zabawkę przez drzwiczki ukryte z boku makiety. Dziecko widziało, jak eksperymentator dokładał ją za parawan. Po zdjęciu ścianki dziecku ukazywały się dwie zabawki (zdarzenie prawdopodobne) lub jedna (zdarzenie nieprawdopodobne). Badacze dokonywali pomiaru czasu, który dziecko poświęcało na obserwację rezultatu. Nieprawdopodobne zdarzenie było obserwowane przez dzieci zdecydowanie dłużej niż prawdopodobne wskazując na to, że nawet niemowlęta potrafią dokonywać prostych operacji matematycznych.

XU i współaut. (2005) oraz XU i ARIAGA (2007) przeprowadzili natomiast eksperyment z udziałem sześciomiesięcznych niemowląt. Badanie polegało na tym, że prezentowano dzieciom kolejno ekrany z określoną liczbą kropek (ekran zawierał 16 kropek, których wielkość i układ były zmienne). Po takiej serii bodźców, wyświetlano im ekran testowy, który przedstawiał znowu tę samą liczbę obiektów (16) lub inną (36 kropek). Analiza wyników wykazała, że niemowlęta dłużej patrzyły na ekran prezentujący większą liczbę kropek (36) niż na ten z mniejszą (16), nawet gdy tablica z mniejszą liczbą zawierała fizycznie większe kropki.

Przeprowadzono też badanie, w którym wzięły udział dziesięcio- i dwunastomiesięczne dzieci (FEIGENSON i współaut. 2002). Naukowcy umieścili w dwóch pojemnikach tej samej wielkości krakersy. Pudełka zawierały różną liczbę przekąsek, a niemowlętom pozwolono zbliżyć się do wybranego przez nich pojemnika. Dzieci częściej wybierały ten, w którym była większa liczba krakersów.

A zatem, niemowlęta potrafią odróżniać od siebie zarówno małe, jak i duże liczebności, jednak istnieje przekonanie, że tylko starsze dzieci i dorośli potrafią dokonywać obliczeń na zbiorach abstrakcyjnych. IZARD i współaut. (2009) udowodnili jednak, że już na wczesnym etapie życia jesteśmy w stanie łączyć wartości liczbowe wyrażone w wizualny sposób z sekwencjami dźwiękowymi. W ich badaniu wzięło udział 16 niemowląt. Badacze zapoznali je z sygnałami dźwiękowymi zawierającymi stałą liczbę sylab równą liczbie elementów pokazywanych na ekranie (np. cztery sylaby dźwiękowe i cztery elementy pokazywane na ekranie). Następnie prezentowano im zestawy z nierówną liczbą bodźców (np. cztery sylaby dźwiękowe i 12 obiektów pokazywanych na ekranie). Niemowlęta patrzyły dłużej na obrazy z do-

pasowaną liczbą elementów i dźwięków (15 z 16 dzieci wykazało preferencję). Wyniki tego badania sugerują więc, że liczenie abstrakcyjne jest zdolnością wrodzoną, którą posiadają już niemowlęta.

Liczne eksperymenty z udziałem tak małych dzieci sugerują więc, że nie tylko posiadają one wrodzony zmysł numeryczny, ale również potrafią dzięki niemu wykonywać proste operacje matematyczne na obiektach prezentowanych wzrokowo i słuchowo. Posiadanie tych wrodzonych umiejętności pozwala zaś na rozwijanie wszelkich kompetencji matematycznych w późniejszych latach życia.

Zdolności te badacze wyjaśniają w odniesieniu do dwóch współpracujących ze sobą systemów poznawczych: tzw. systemu śledzenia obiektów (ang. object tracking system, OTS) i systemu przybliżonego określania liczby (ang. approximate number system, ANS). Ponieważ opierają się na nich nawet bardzo małe dzieci, oznacza to, że OTS i ANS nie wymagają posługiwania się językiem oraz, że są zdeterminowane biologicznie (a nie kulturowo). OTS umożliwia wzrokowe śledzenie obiektów, których liczba jest ograniczona właśnie do wspomnianej liczby 4. O ile OTS jest systemem poznawczym będącym podstawą dokładnej reprezentacji liczb, o tyle ANS jest podstawą szacowanej liczebności obiektów. System ten przetwarza wielkości numeryczne analogowo (a zatem nie w oparciu o umiejętność przeliczania, czyli dokładnego określania liczby obiektów), więc nie jest związany z precyzyjną reprezentacją liczby. Warto jednak dodać, że dokładność szacowania (w oparciu o działanie ANS) wzrasta w trakcie rozwoju dziecka (patrz BROŻEK i HOHOL 2014).

GENETYCZNE DETERMINANTY ROZWOJU UMIEJĘTNOŚCI MATEMATYCZNYCH

Istnienie neuronalnych korelatów umiejętności matematycznych oraz dowody na operowanie liczbami przez niemowlęta czy przedstawicieli innych gatunków wyraźnie sugerują, że zdolności te muszą być uwarunkowane biologicznie, wykształciły się w procesie ewolucji wielu gatunków, a zatem muszą mieć swoje genetyczne determinanty. KOVAS i współaut. (2009) zaproponowali hipotezę uniwersalistycznych genów (ang. universalist gene hypothesis). Zakłada ona, że ten sam gen może być odpowiedzialny za rozwój lub brak danej cechy. Geny warunkujące rozwój zdolności poznawczych mogą być również odpowiedzialne za umiejętności matematyczne (PLOMIN i współaut. 2007), a ich ekspresja występuje w korze, ciele mig-

dałowatym, jądrze ogoniastym, mózdzku, wzgórzu i ciele modzelowatym.

Badania nad genetycznym uwarunkowaniem zdolności poznawczych prowadzi się, analizując rodzinne występowanie określonego poziomu umiejętności lub deficytów w ich zakresie, a także zgodność pewnych cech u bliźniąt jedno- i dwujajowych, wychowywanych wspólnie lub oddzielnie, aby badać wpływ genów i środowiska (ONISZCZENKO i DRAGAN 2008). Badania z udziałem rodzin adopcyjnych (DEATER-DECKARD i PETRILL 2004) wykazały, że wspólne środowisko nie ma istotnego wpływu na zmienność w zakresie ogólnych zdolności w okresie wczesnoszkolnym, co oznacza, że na poziom zdolności dzieci w tym wieku wpływ mają w większości czynniki genetyczne i środowisko specyficzne dla konkretnego dziecka. Innymi słowy, skoro zgodność jest niska dla badanej cechy u dzieci wychowujących się w tym samym środowisku wspólnym (tak samo oddziałującym na oboje dzieci wychowywanych w tej samej rodzinie), to oznacza, że w większym stopniu o poziomie cechy musi decydować to, co nie jest wspólne w oddziaływaniach środowiska, lecz to, co jest specyficzne dla danego dziecka. Specyficzne dla każdego z dzieci są jego geny i środowisko specyficzne dla jednostki. Na przykład na środowisko specyficzne składają się takie czynniki jak: przebyte przez to dziecko choroby czy urazy, indywidualne doświadczenia jednostki, jej relacje z innymi, itp. Środowisko wspólne to z kolei wpływy środowiskowe, które są wspólne dla wszystkich dzieci wychowywanych razem, np. sytuacja socjoekonomiczna rodziny, program nauczania realizowany w szkole, do której uczęszczają dzieci, klimat czy sytuacja ekonomiczna kraju zamieszkania, itd. Współczynnik korelacji między poziomem badanych zdolności u matek i ich adoptowanych dzieci był znikomy, natomiast obliczony dla matek i ich biologicznych dzieci był wyższy (choć wciąż stosunkowo niewysoki). W badaniach KNOPIK i DEFRIESA (1999) zaobserwowano z kolei, że czytanie i zdolności matematyczne mogą mieć wspólne podłoże genetyczne i środowiskowe. Ich wyniki ujawniły również, że zdolności matematyczne są w większym stopniu uwarunkowane genetycznie, zaś czynniki środowiskowe mogą wpłynąć na ich poziom głównie w wyniku oddziaływania specyficznego środowiska danej osoby. Potwierdzono to w badaniu sprawdzającym u dzieci zależność genetyczną pomiędzy poziomem wykonywania testów matematycznych i czytania oraz poziomem wykonywania testów matematycznych i inteligencją ogólną (KOVAS i współaut. 2005). Badacze stwierdzili największy wpływ czynników genetycznych dla wyników obser-

wowanych w testach zdolności matematycznych i czytania (przy jednoczesnym bardzo niewielkim udziale środowiska wspólnego i specyficznego) oraz umiarkowany wkład genów i determinant środowiskowych w przypadku ogólnego poziomu inteligencji.

Co pokazały badania nad zgodnością genetyczną dotyczącą deficytów związanych z przetwarzaniem liczb? SHALEV i współaut. (2001) przeprowadziła badanie dotyczące genetycznych uwarunkowań, w którym wzięło udział 39 dzieci z dyskalkulią oraz 90 dzieci będących ich rodzeństwem. Wykazano, że w 53% przypadków trudności w matematyce są obecne również u rodzeństwa osób dotkniętych tym deficytem. Wykazano również, że 66% ich matek i 44% ich dziadków również cierpiało z powodu dyskalkulii. Jest to wynik 5-10 razy wyższy niż w ogólnej populacji, co dowodzi genetycznego uwarunkowania zaburzeń zdolności matematycznych. Z badań przeprowadzonych z udziałem bliźniąt (WILLCUTT i współaut. 2010) wynika, że jeśli u jednego z pary zdiagnozowano deficyt, to prawdopodobieństwo wystąpienia dyskalkulii u drugiego z nich wynosi 70% w parach bliźniąt jednojajowych i 50% w przypadku bliźniąt dwujajowych.

Z kolei w badaniach bliźniąt z użyciem neuroobrazowania (PINEL i DEHAENE 2013) wykazano związek pomiędzy zgodnością genetyczną i poziomem aktywacji określonych obszarów w mózgu zaangażowanych w zadania arytmetyczne. Większe podobieństwo we wzorcu aktywacji zarejestrowano u bliźniąt jednojajowych.

PODSUMOWANIE

Przedstawiony przegląd badań, choć fragmentaryczny, stanowi potwierdzenie biologicznych podstaw umiejętności związanych z rozwojem mentalnych reprezentacji liczb, operowaniem liczbami i nauką matematyki. Analizy prowadzone w nurcie „natura-czy-wychowanie” nad udziałem genów w kształtowaniu się zdolności poznawczych, jak również badania zwierząt oraz śledzenie rozwoju poznawczego i korelatów neuronalnych umiejętności matematycznych u dzieci pozwoliły określić nie tylko ich neurobiologiczne podstawy, ale też udowodnić istnienie genetycznego potencjału warunkującego określony poziom kompetencji numerycznych. Nie ulega wątpliwości, że osiągnięte przez nas umiejętności matematyczne są efektem edukacji i innych wpływów środowiskowych, jednak niewątpliwie nakładają się one na biologiczną bazę, która – prawidłowo ukształtowana – jest punktem wyjścia do rozwoju poznawczego w tym zakresie.

Streszczenie

Umiejętność posługiwania się liczbami wydaje się być kompetencją, którą nabywamy w procesie edukacji i pod wpływem stymulacji środowiska. Tymczasem, szereg podstawowych zdolności do umysłowego przetwarzania liczb jest wrodzona i ma dość dobrze określone i udokumentowane w badaniach podłoże genetyczne i neurobiologiczne. Wpływy środowiskowe są istotne w kształtowaniu się naszych kompetencji w zakresie matematyki, jednak bez wspomnianej biologicznej bazy są niewystarczające. Co wiadomo o biologicznych determinantach poziomu kompetencji matematycznych? Artykuł stanowi przegląd wybranych danych z literatury prezentujących dowody z obserwacji kompetencji numerycznych zwierząt oraz bardzo małych dzieci, jak również z badań nad neuronalnym podłożem przetwarzania liczb i zaburzeń w tej sferze. Wyniki tych badań jednoznacznie wskazują, że umiejętności matematyczne w dużym stopniu mają charakter wrodzony, a biologia poza środowiskiem (np. wpływami kulturowymi czy edukacją) w dużym stopniu determinuje zdolności w tym zakresie.

LITERATURA

- BOYSEN S.T., 1993. *Counting in chimpanzees: Nonhuman principles and emergent properties of number*. [W:] *The Development of Numerical Competence*. BOYSEN S. T., CAPALDI E. J. (red.). NJ, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, 39-60.
- BRÓZEK B., HOHOL M., 2014. *Umysł matematyczny*. Copernicus Center Press. Kraków.
- BUGDEN S., PRICE G.R., MCLEAN D. A., ANSARI D., 2012. *The role of the left intraparietal sulcus in the relationship between symbolic number processing and children's arithmetic competence*. Dev. Cogn. Neurosci. 2, 448-457.
- BUTTERWORTH B., VARMA S., LAURILLARD D., 2011. *Dyscalculia: from brain to education*. Science 332, 1049-1053.
- CAO B., LI F., LI H., 2010. *Notation-dependent processing of numerical magnitude: electrophysiological evidence from Chinese numerals*. Biol. Psych. 83, 47-55.
- CHITTKA L., GEINGER K., 1995. *Can honeybees count landmarks?* Anim. Behav. 49, 159-164.
- CIPORA K., 2013. *Czym jest liczba?* Rocznik Kognitywistyczny 6, 1-10.
- CLEMENTS D., 1999. *Subitizing. What is it? Why teach it?* Teach. Children Mathemat. 5, 400-405.
- DEATER-DECKARD K., PETRILL S., 2004. *Parent-child dyadic mutuality and child behavior problems: an investigation of gene-environment processes*. J. Child Psychol. Psychiat. 45, 1171-1179.
- DEHAENE S., 1997. *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press, New Yourk.
- DEHAENE S., BOSSINI S., GIRAUX P., 1993. *The mental representation of parity and number magnitude*. J. Exp. Psych. 122, 371-396.
- DEHAENE S., COHEN L., 1995. *Towards an anatomical and functional model of number processing*. Mathemat. Cognit. 1, 83-120.
- DEHAENE S., DUPOUX E., MEHLER J., 1990. *Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison*. Am. Psychol. Assoc. 16, 626-641.
- DEHAENE S., PIAZZA M., PINEL P., COHEN L., 2003. *Three parietal circuits for numer processing*. Cognit. Neuropsychol. 3, 487-506.

- DELAZER M., DOMAHS F., BARTHA L., BRENNIS C., LOCHY A., TRIEB T., BENKE T., 2003. *Learning complex arithmetic-An fMRI study*. Brain Res. Cognit. Brain Res. 18, 76-88.
- EGER E., STERZER P., RUSS M., GIRAUD A., KLEINSCHMIDT A., 2003. *A supramodal number representation in human intraparietal cortex*. Neuron 37, 719-25.
- EMMERTON J., LOHMANN A., NIEMANN J., 1997. *Pigeons' serial ordering of numerosity with visual arrays*. Anim. Learn. Behav. 25, 234-244.
- FEIGENSON L., CAREY S., SPELKE E., 2002. *Infants. Discrimination of number vs. continuous extent*. Cognit. Psychol. 44, 33-66.
- FIAS W., FISCHER M. H., 2005. *Spatial representation of numbers*. [W:] *Handbook of Mathematical Cognition*. CAMPBELL J. I. D. (red.). Psychol. Press, 43-54.
- GEARY D. C., HOARD M. K., BYRD-CRAVEN J., DESOTO C. M., 2004. *Strategy choices in simple and complex addition: Contributions of working memory and counting knowledge for children with mathematical disability*. J. Exp. Child Psych. 88, 121.
- HUBBARD E. M., PIAZZA M., PINEL P., DEHAENE S., 2005. *Interactions between number and space in parietal cortex*. Nat. Rev. Neur. 6, 435-448.
- IZARD V., SANN C., SPELKE E. S., STRERI A., 2009. *Newborn infants perceive abstract number*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 106, 10382-10385.
- KNOPIK V. S., DEFRIES J. C., 1999. *Etiology of covariation between reading and mathematics performance: a twin study*. Twin Res. 2, 226-234.
- KOEHLER O., 1956. *Thinking without words*. Proceedings of the 14th International Congress of Zoology, Copenhagen.
- KOVAS Y., HARLAAR N., PETRILL S. A., PLOMIN R., 2005. *"Generalist genes" and mathematics in 7-year-old twins*. Intelligence 33, 473-489.
- KOVAS Y., HAWORTH C. M. A., HARLAAR N., PETRILL S. A., DALE P. S., PLOMIN R., 2009. *Overlap and specificity of genetic and environmental influences on mathematics and reading disability in 10-year-old twins*. J. Child Psychol. Psychiat. 48, 914-922.
- KUCIAN K., LOENNEKER T., DIETRICH T., DOSCH M., MARTIN E., VON ASTER M., 2006. *Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study*. Behav. Brain Func 2, 31.
- LANDERL K., BEVAN A., BUTTERWORTH B., 2004. *Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students*. Cognition 93, 99-125.
- LUON B. E., 2003. *Ecological and social constraints on conspecific brood parasitism by nesting female American coots (Fulica americana)*. J. Anim. Ecol. 72, 47-60.
- MOLKO N., CACHIA A., RIVIERE D., MANGIN J. F., BRUANDET M., LE BIHAN D., COHEN L., DEHAENE S., 2003. *Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin*. Neuron 40, 847-858.
- MECK W. H., CHURCH R. M., 1983. *A mode control model of counting and timing processes*. J. Exp. Psychol. Anim. Behav. Processes 9, 171-201.
- MUSSOLIN C., DE VOLDER A., GRANDIN C., SCHLÖGEL X., NASSOGNE M. C., NOËL M. P., 2009. *Neural correlates of symbolic number comparison in developmental dyscalculia*. J. Cogn. Neurosci. 22, 860-874.
- NIEDER A., DEHAENE S., 2009. *Representation of number in the brain*. Ann. Rev. Neurosci. 32, 185-208.
- ONISZCZENKO W., DRAGAN W., 2008. *Genetyka zachowania w psychologii i psychiatrii*. Scholar, Warszawa.
- PEPPERBERG I. M., GORDON J. D., 2005. *Number comprehension by a Grey parrot (Psittacus erithacus), including a zero-like concept*. J. Compar. Psychol. 119, 197-209.
- PIAGET J. (1953). *The Origin of Intelligence in the Child*. London: Routledge and Kegan Paul.
- PIAZZA M., PINEL P., LE BIHAN D., DEHAENE S., 2007. *A magnitude code common to numerosities and number symbols in human intraparietal cortex*. Neuron 53, 293-305.
- PINEL P., DEHAENE S., 2013. *Genetic and environmental contributions to brain activation during calculation*. Neuroimage 81, 306-316.
- PLOMIN R., KOVA, Y., HAWORTH C. M. A., 2007. *Generalist genes: genetic links between brain, mind and education*. Min. Brain Educ. 1, 11-19.
- REZNIKOVA Z. H., RYABKO B., 2011. *Numerical competence in animals, with an insight from ants*. Behaviour 148, 405-434.
- RUGANI R., VALLORTIGARA G., PRIFTIS K., REGOLIN L., 2015. *Number-space mapping in newborn chick resembles humans' mental number line*. Science 347, 534-536.
- RUMBAUGH D. M., SAVAGE-RUMBAUGH E. S., HEGEL M. T., 1987. *Summation in the chimpanzee (Pan troglodytes)*. J. Exp. Psychol. Anim. Behav. Processes 13, 107-115.
- RYKHEVSKAIA E., UDDIN L. Q., KONDOS L., MENON V., 2009. *Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: combined evidence from morphometry and tractography*. Front. Hum. Neurosci. 3, 51.
- SELIGMAN M. E. P., MEYER B., 1970. *Chronic fear and ulcers as a function of the unpredictability of safety*. J. Compar. Physiol. Psychol. 73, 202-208.
- SHALEV R. S., MANOR O., KEREM B., AYALI M., BADICHI N., FRIEDLANDER Y., GROSS-TSUR V., 2001. *Developmental dyscalculia is a familial learning disability*. J. Learn. Disabilit. 34, 59-65.
- SOBAŃSKA M., ŁOJEK E., 2011. *Struktura umysłu a wykonywanie prostych działań arytmetycznych. Badania neuropsychologiczne*. Difin, Warszawa.
- SOUSA D. A., 2008. *How the brain learns mathematics*. CA, Corwin Press, Thousand Oaks.
- STARKEY P., COOPER R. G., 1980. *Perception of numbers by human infants*. Science 210, 1033-1035.
- STARR A., LIBERTUS M. E., BRANNON E. M., 2013. *Number sense in infancy predicts mathematical abilities in childhood*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA 110, 18116-18120.
- TROJAN M., 2013. *Na tropie zwierzęcego umysłu*. Scholar, Warszawa.
- WILLCUTT E. G., PENNINGTON B. F., DUNCAN L., SMITH S. D., KEENAN J. M., WADSWORTH S., OLSON R. K., 2010. *Understanding the complex etiologies of developmental disorders: behavioral and molecular genetic approaches*. J. Develop. Behav. Pediatr. 31, 533.
- WYNN K., 1992. *Addition and subtraction by human infants*. Nature 358, 749-750.
- XU F., ARIAGA R. I., 2007. *Number discrimination in 10-month-old infants*. Brit. J. Develop. Psychol. 25, 103-108.

- XU F., SPELKE E. S., GODDARD S., 2005. *Number sense in human infants*. *Develop. Sci.* 8, 88-101.
- YU X., LIU J., LI D., LIU H., CUI J., ZHOU X., 2015. *Dynamic mental number line in simple arithmetic*. *Psychol. Res.* 80, 410-421.

KOSMOS Vol. 68, 3, 355–362, 2019

ALEKSANDRA MIELEWCZYK, MAŁGORZATA GUT

Nicolaus Copernicus University, Institute of Psychology, Faculty of Philosophy and Social Sciences, Nicolaus Copernicus University in Toruń, 11 Gagarina Str., 87-100 Toruń, E-mail: aleksandra.mielewczyk1@gmail.com

ARE WE BORN AS MATHEMATICIANS? ON THE BIOLOGICAL BASIS OF MATHEMATICAL ABILITIES

Summary

The ability to use numbers seems to be a competence that we acquire in the education process and under the influence of environmental stimulation. However, several basic cognitive abilities, which are pivotal for mental processing of numbers, are congenital and they have a quite well defined and widely documented genetic and neurobiological basis. Environmental influences are important in shaping our competences in the field of mathematics, but they are insufficient without the effect of these biological factors. What do we know about the biological determinants of the mathematical competencies? This paper is a review of some results reported in the literature, which presents the evidences from studies on numerical competences observed in animals and human infants, as well as the results from neuroimaging studies on neuronal basis of number processing and disabilities in this issue. The results of all these studies clearly indicate that mathematical skills are determined both by biological and environmental (e.g. cultural, educational) components.

Key words: dyscalculia, mathematical abilities, number sense